

TÉCNICAS COMBINATORIAS EN OPTIMIZACIÓN Y JUEGOS

Águeda Mata, Gregorio Hernández

- **Optimización combinatoria** **2/3**
- **Teoría de juegos combinatorios** **1/3**

45% OPTIMIZACIÓN (Examen + ejercicios)

25% JUEGOS (Examen + ejercicios)

30% **Trabajo** (sobre uno de los dos temas, dos personas)

JUEGOS COMBINATORIOS

- ⑥ Técnicas básicas en juegos combinatorios.
Teorema fundamental
- ⑦ La función Sprague-Grundy.
- ⑧ Suma digital.
- ⑨ Suma de juegos y vértices.
El espacio vectorial de las posiciones.
- ⑩ El cuerpo $(\mathbb{N}, ++, **)$.

Nim de Lasker

Emanuel Lasker (campeón del mundo de ajedrez de 1894 a 1921).

Se disponen varios montones con fichas.

Dos jugadores alternan turno. Cada jugador en su turno puede:

- 1 Eliminar cualquier número de fichas de una pila
- 2 Dividir una pila en dos pilas no vacías (sin eliminar fichas)

El último jugador que puede hacer una jugada válida, gana la partida.



Juego de Kayles

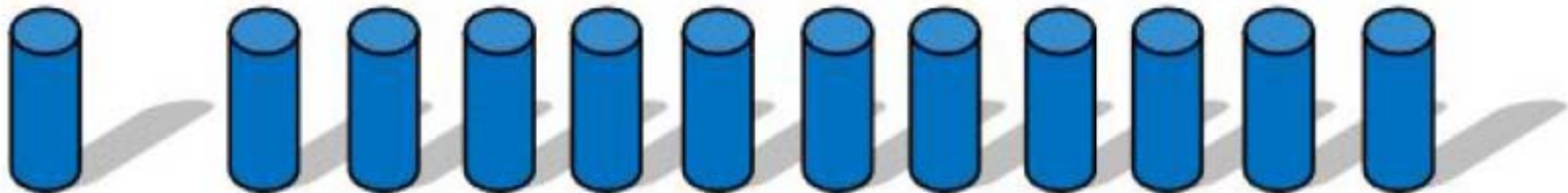
Dado a conocer por Sam Lloyd y por H. E. Dudeney en 'The Canterbury Puzzles' 1960:

En una bolera se disponen 13 bolos en línea y se retira el segundo bolo empezando por la izquierda.

Dos ancianos, expertos lanzadores de bolos, alternan turno.

Se asume que estos jugadores pueden tirar, según su elección, un solo bolo o dos bolos adyacentes.

El ganador es el jugador que tira el último bolo.



Prácticas:



Trabajo en grupo:



OPTIMIZACIÓN COMBINATORIA

- **OPTIMIZACIÓN DE ÁRBOLES**
- **OPTIMIZACIÓN EN REDES (FLUJOS)**
- **JUEGOS EN GRAFOS**
- **LENGUAJE DE MATROIDES**
extiende, simplifica y unifica resultados de: grafos, espacios vectoriales, configuraciones de puntos, transversalidad, ...
- **HIPERGRAFOS**
- **COMPLEJIDAD. PROBLEMAS NP-COMPLETOS**

OPTIMIZACIÓN EN ÁRBOLES

Dado un grafo ponderado que representa las conexiones entre ciertos nodos, diseñar un árbol generador que:

- Minimice el peso total del árbol

ÁRBOL GENERADOR DE PESO MÍNIMO (MST)

- Minimice la máxima distancia entre nodos.

ÁRBOL GENERADOR DE DIÁMETRO MÍNIMO

- Indique cuáles son los caminos mínimos desde un nodo.

ÁRBOL GENERADOR DE CAMINOS MÍNIMOS

- Minimice la diferencia entre pesos de sus aristas.

ÁRBOL GENERADOR UNIFORME

- Conecte sólo una parte de los nodos (vértices “terminales”)

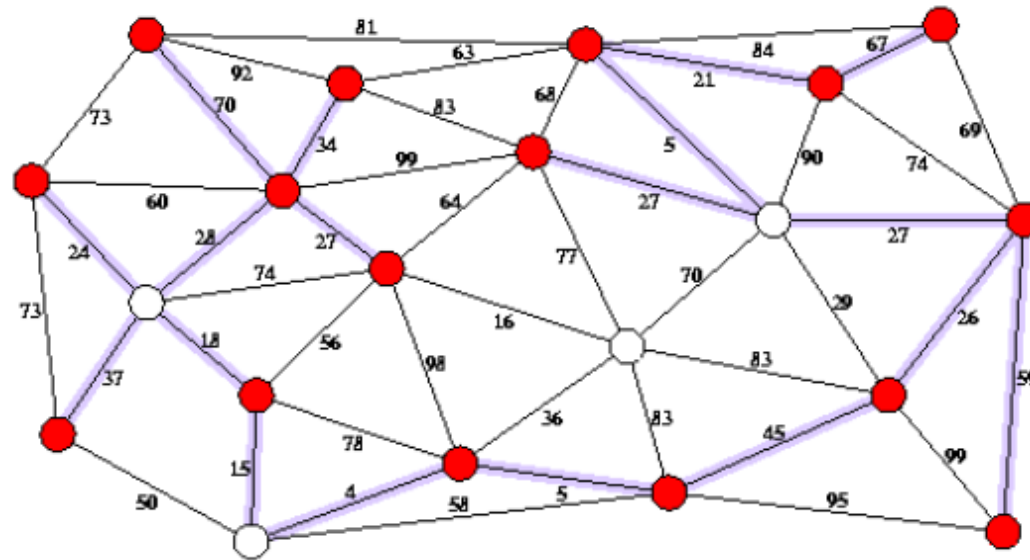
ÁRBOL MÍNIMO DE STEINER

- Minimice la suma de los pesos de TODOS los caminos

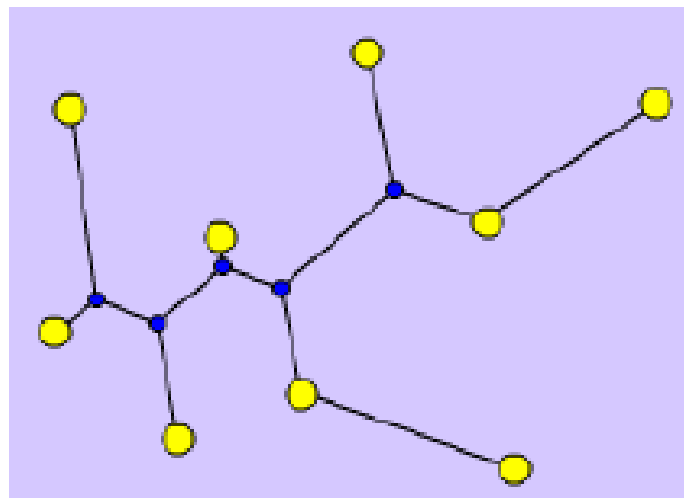
ÁRBOL de RUTAS CON MÍNIMO COSTE (MRCT)

.....

STEINER MINIMAL TREE

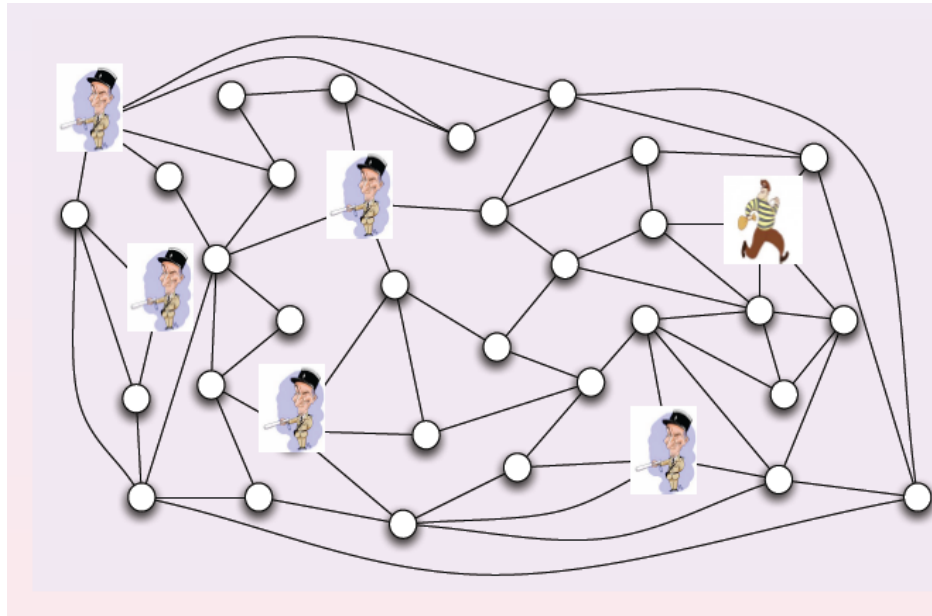


EUCLIDEAN STEINER MINIMAL TREE



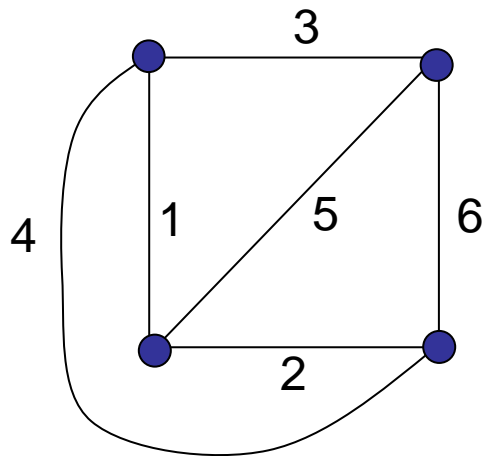
JUEGOS sobre GRAFOS

- Juegos de evasión o persecución (Policías y ladrones)

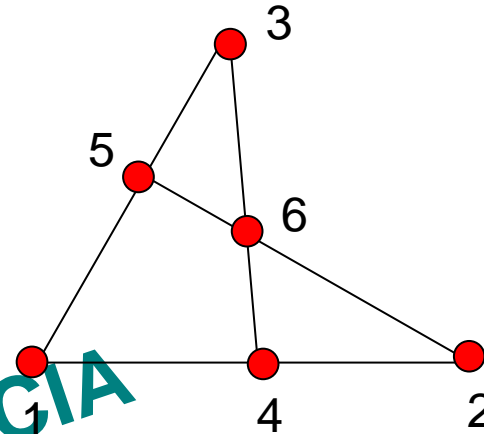


- Juegos de coloración
- Juegos de dominación
-

MATROIDES



Las aristas de un grafo



Configuración de puntos en el plano

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Vectores-columna de una matriz