



## ALGEBRA LINEAL

### Guía de Aprendizaje – Información al estudiante

#### 1. Datos Descriptivos

<b>Asignatura</b>	Álgebra Lineal
<b>Materia</b>	Matemáticas
<b>Departamento responsable</b>	Matemática Aplicada
<b>Créditos ECTS</b>	6
<b>Carácter</b>	Básica
<b>Titulación</b>	Graduado/a en Ingeniería Informática por la Universidad Politécnica de Madrid
<b>Curso</b>	Primero
<b>Especialidad</b>	No aplica

<b>Curso académico</b>	2013-2014
<b>Semestre en que se imparte</b>	1º (Septiembre a Enero) y 2º (Febrero a Junio)
<b>Semestre principal</b>	1º (Septiembre a Enero)
<b>Idioma en que se imparte</b>	Español e Inglés
<b>Página Web</b>	<a href="http://www.dma.fi.upm.es">www.dma.fi.upm.es</a>



## 2. Profesorado

NOMBRE Y APELLIDO	DESPACHO	Correo electrónico
M <sup>a</sup> Francisca Martínez (Coordinadora)	1319	<a href="mailto:fmartinez@fi.upm.es">fmartinez@fi.upm.es</a>
Manuel Abellanas	1314	<a href="mailto:mabellanas@fi.upm.es">mabellanas@fi.upm.es</a>
Nieves Castro	1319	<a href="mailto:nieves@fi.upm.es">nieves@fi.upm.es</a>
Joaquín Erviti	1316	<a href="mailto:jerviti@fi.upm.es">jerviti@fi.upm.es</a>
Víctor Giménez	1311	<a href="mailto:vgimenez@fi.upm.es">vgimenez@fi.upm.es</a>
Paloma Gómez	1308	<a href="mailto:mpgomez@fi.upm.es">mpgomez@fi.upm.es</a>
Águeda Mata	1312	<a href="mailto:agueda@fi.upm.es">agueda@fi.upm.es</a>

## 3. Conocimientos previos requeridos para poder seguir con normalidad la asignatura

<b>Asignaturas superadas</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>No aplica</li></ul>
<b>Otros resultados de aprendizaje necesarios</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>No aplica</li></ul>



## 4. Objetivos de Aprendizaje

<b>COMPETENCIAS ASIGNADAS A LA ASIGNATURA Y SU NIVEL DE ADQUISICIÓN</b>		
<b>Código</b>	<b>Competencia</b>	<b>Nivel</b>
CE-3	Capacidad de elegir y usar los métodos analíticos y de modelización relevantes	3
CE-4	Capacidad para describir una solución de forma abstracta	3
CE-53	Capacidad de trabajar de forma efectiva como individuo y como miembro de un equipo	3
CE-54	Capacidad de organizar su propio trabajo de forma independiente	3

LEYENDA: Nivel de adquisición 1: Conocimiento  
Nivel de adquisición 2: Comprensión  
Nivel de adquisición 3: Aplicación  
Nivel de adquisición 4: Análisis y síntesis



<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE DE LA ASIGNATURA</b>			
<b>Código</b>	<b>Resultado de aprendizaje</b>	<b>Competencias asociadas</b>	<b>Nivel de adquisición</b>
RA1	Resolver sistemas de ecuaciones lineales. Conocer y manejar las propiedades de los espacios vectoriales y sus aplicaciones a la informática.	<b>CE-3, CE-4, CE-53, CE-54</b>	3
RA2	Utilizar las matrices para la representación y manejo de datos y transformaciones, así como su aplicación a la geometría del plano y del espacio. Cálculo de autovalores y autovectores y sus aplicaciones a la informática.	<b>CE-3, CE-4, CE-53, CE-54</b>	3
RA3	Modelar matemáticamente problemas reales y conocer las técnicas para resolverlos.	<b>CE-3, CE-4, CE-53, CE-54</b>	3
RA4	Utilizar diversas técnicas para la resolución de problemas con ayuda de software matemático.	<b>CE-3, CE-4, CE-53, CE-54</b>	3

## 5. Sistema de evaluación de la asignatura

INDICADORES DE LOGRO		
Ref	Indicador	Relacionado con RA
I1	Manejar las matrices para la representación de datos y saber operar con ellas. Saber escalar y reducir una matriz mediante operaciones elementales.	RA1
I2	Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss y de Gauss-Jordan.	RA1
I3	Manejar las propiedades elementales de los espacios vectoriales.	RA1
I4	Saber qué significa que un vector depende linealmente de otros vectores.	RA1
I5	Saber qué es un conjunto de vectores linealmente independientes.	RA1
I6	Saber relacionar coordenadas en bases diferentes.	RA1
I7	Obtener las ecuaciones paramétricas de un subespacio a partir de las ecuaciones implícitas y recíprocamente.	RA1
I8	Saber calcular sumas e intersecciones con subespacios y calcular sus bases respectivas.	RA1
I9	Manejar las propiedades del producto escalar y la distancia.	RA1
I10	Calcular distancia entre vectores y ángulo entre vectores.	RA1
I11	Saber construir bases ortonormales mediante el procedimiento de ortonormalización de Gram-Schmidt.	RA1
I12	Saber calcular el complemento ortogonal a un subespacio.	RA1
I13	Manejar las variedades afines del plano y del espacio.	RA1
I14	Interpretar resultados de matrices en términos de aplicaciones lineales y recíprocamente.	RA2
I15	Saber calcular el núcleo e imagen de una aplicación lineal y conocer la fórmula de las dimensiones.	RA2
I16	Analizar si una aplicación lineal es monomorfismo, epimorfismo e isomorfismo.	RA2
I17	Saber qué efecto producen los cambios de base en las ecuaciones de la aplicación lineal.	RA2



<b>INDICADORES DE LOGRO</b>		
<b>Ref</b>	<b>Indicador</b>	<b>Relacionado con RA</b>
I18	Saber calcular autovalores y vectores propios y determinar si una matriz es diagonalizable.	RA2
I19	Saber expresar una matriz diagonalizable como una matriz semejante a una matriz diagonal.	RA2
I20	Saber construir la matriz de la proyección ortogonal sobre un subespacio y calcular la distancia entre vector y subespacio.	RA2
I21	Reconocer cuándo una matriz es diagonalizable ortogonalmente y conocer el proceso para hacerlo.	RA2
I22	Reconocer las aplicaciones ortogonales del plano y del espacio.	RA2
I23	Saber qué es un movimiento y construir las ecuaciones de movimientos en el plano y en el espacio.	RA2
I24	Realizar el estudio analítico de movimientos en el plano y en el espacio, clasificándolo y calculando sus elementos geométricos.	RA2
I25	Reconocer y modelar problemas o fenómenos de la realidad, de las ciencias experimentales, de la informática o de la industria que puedan resolverse o explicarse con las técnicas del Álgebra Lineal y con ayuda de software matemático.	RA3, RA4



<b>EVALUACION SUMATIVA</b>			
<b>Breve descripción de las actividades evaluables</b>	<b>Momento</b>	<b>Lugar</b>	<b>Peso en la calif.</b>
Realización de varias pruebas de respuesta larga (desarrollo) que abarcarán las distintas partes del temario de la asignatura. Se intercalarán estas pruebas largas con la realización de pruebas objetivas de tipo test o de respuestas cortas.	Semanas 1 a 15	Aula	85%
Realización y entrega de ejercicios o/y prácticas propuestos y de ejercicios con software matemático.	Semanas 1 a 15	Aula y Sala de ordenadores	15%
			<b>Total: 100%</b>

### **CRITERIOS DE CALIFICACIÓN**

- La calificación del alumno correspondiente a la CONVOCATORIA ORDINARIA de Junio se realizará sumando las notas obtenidas en las actividades evaluables del cuadro anterior con el peso allí especificado. El alumno que obtenga en dicha calificación una nota superior o igual a 5 habrá superado la asignatura con la nota obtenida. En caso contrario, su calificación será de suspenso.
- La calificación del alumno en la CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA de Julio será la obtenida en el examen correspondiente a todo el temario de la asignatura que se realizará en el día fijado por Jefatura de Estudios. El alumno que obtenga en dicha calificación una nota superior o igual a 5 habrá superado la asignatura con la nota obtenida. En caso contrario, su calificación será de suspenso.

## 6. Contenidos y Actividades de Aprendizaje

	<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS</b>	
<b>Bloque / Tema / Capítulo</b>	<b>Apartado</b>	<b>Indicadores Relacionados</b>
<b>Tema 1: Sistemas de ecuaciones lineales y espacios vectoriales</b>	1.1 Cálculo matricial. Operaciones elementales de fila. Forma reducida. Rango.	I1
	1.2 Resolución de sistemas por el método de Gauss y Gauss-Jordan	I2
	1.3 Espacios vectoriales y subespacios	I3
	1.4 Dependencia lineal. Bases. Dimensión. Coordenadas	I4, I5, I6
	1.5 Ecuaciones paramétricas e implícitas de un subespacio.	I7
	1.6 Suma, intersección y suma directa de subespacios.	I8
	1.7 Aplicación a la teoría de códigos lineales	I25
<b>Tema 2: Aplicaciones lineales. Diagonalización</b>	2.1 Aplicaciones lineales. Núcleo e imagen. Fórmula de las dimensiones	I14, I15
	2.2 Tipos de homomorfismos	I16
	2.3 Cambio de base asociado a un homomorfismo	I17
	2.4 Valores y vectores propios.	I18
	2.5 Subespacios propios. Caracterización de las matrices diagonalizables	I18, I19
<b>Tema 3: Espacio vectorial euclídeo. Aplicaciones ortogonales</b>	3.1 Producto escalar. Distancia y ángulo entre vectores	I10
	3.2 Bases ortogonales. Procedimiento de ortonormalización de Gram-Schmidt	I11
	3.3 Complemento ortogonal	I12
	3.4 Proyección ortogonal. Distancia	I20





	entre vector y subespacio	
	3.5 Diagonalización ortogonal	I21
	3.6 Aplicaciones ortogonales	I22
<b>Tema 4: Movimientos del plano y del espacio</b>	4.1 Variedades afines del plano y del espacio	I13
	4.2 Aplicaciones afines y movimientos	I23
	4.3 Construcción de movimientos en el plano y estudio analítico	I23, I24
	4.4 Construcción de movimientos en el espacio y estudio analítico.	I23, I24

## 7. Breve descripción de las modalidades organizativas utilizadas y de los métodos de enseñanza empleados

Tabla 7. Modalidades organizativas de la enseñanza








MODALIDADES ORGANIZATIVAS DE LA ENSEÑANZA		
Escenario	Modalidad	Finalidad
	Clases Teóricas	<i>Hablar a los estudiantes</i>
	Seminarios-Talleres	<i>Construir conocimiento a través de la interacción y la actividad de los estudiantes</i>
	Clases Prácticas	<i>Mostrar a los estudiantes cómo deben actuar</i>
	Prácticas Externas	<i>Completar la formación de los alumnos en un contexto profesional</i>
	Tutorías	<i>Atención personalizada a los estudiantes</i>
	Trabajo en grupo	<i>Hacer que los estudiantes aprendan entre ellos</i>
	Trabajo autónomo	<i>Desarrollar la capacidad de autoaprendizaje</i>

Tabla 5. Métodos de enseñanza

MÉTODOS DE ENSEÑANZA		
	Método	Finalidad
	Método Expositivo/Lección Magistral	Transmitir conocimientos y activar procesos cognitivos en el estudiante
	Estudio de Casos	Adquisición de aprendizajes mediante el análisis de casos reales o simulados
	Resolución de Ejercicios y Problemas	Ejercitar, ensayar y poner en práctica los conocimientos previos
	Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)	Desarrollar aprendizajes activos a través de la resolución de problemas
	Aprendizaje orientado a Proyectos	Realización de un proyecto para la resolución de un problema, aplicando habilidades y conocimientos adquiridos
	Aprendizaje Cooperativo	Desarrollar aprendizajes activos y significativos de forma cooperativa
	Contrato de Aprendizaje	Desarrollar el aprendizaje autónomo

Se conoce como método expositivo "la presentación de un tema lógicamente estructurado con la finalidad de facilitar información organizada siguiendo criterios adecuados a la finalidad pretendida". Esta metodología -también conocida como lección (lecture)- se centra fundamentalmente en la exposición verbal por parte del profesor de los contenidos sobre la materia objeto de estudio. El término "lección magistral" se suele utilizar para denominar un tipo específico de lección impartida por un profesor en ocasiones especiales.

Análisis intensivo y completo de un hecho, problema o suceso real con la finalidad de conocerlo, interpretarlo, resolverlo, generar hipótesis, contrastar datos, reflexionar, completar conocimientos, diagnosticarlo y, en ocasiones, entrenarse en los posibles procedimientos alternativos de solución.

Situaciones en las que se solicita a los estudiantes que desarrollen las soluciones adecuadas o correctas mediante la ejercitación de rutinas, la aplicación de fórmulas o algoritmos, la aplicación de procedimientos de transformación de la información disponible y la interpretación de los resultados. Se suele utilizar como complemento de la lección magistral.

Método de enseñanza-aprendizaje cuyo punto de partida es un problema que, diseñado por el profesor, el estudiante ha de resolver para desarrollar determinadas competencias previamente definidas.

Método de enseñanza-aprendizaje en el que los estudiantes llevan a cabo la realización de un proyecto en un tiempo determinado para resolver un problema o abordar una tarea mediante la planificación, diseño y realización de una serie de actividades, y todo ello a partir del desarrollo y aplicación de aprendizajes adquiridos y del uso efectivo de recursos.

Enfoque interactivo de organización del trabajo en el aula en el cual los alumnos son responsables de su aprendizaje y del de sus compañeros en una estrategia de corresponsabilidad para alcanzar metas e incentivos grupales. Es tanto un método, a utilizar entre otros, como un enfoque global de la enseñanza, una filosofía.

Un acuerdo establecido entre el profesor y el estudiante para la consecución de unos aprendizajes a través de una propuesta de trabajo autónomo, con una supervisión por parte del profesor y durante un periodo determinado. En el contrato de aprendizaje es básico un acuerdo formalizado, una relación de contraprestación recíproca, una implicación personal y un marco temporal de ejecución.



**BREVE DESCRIPCIÓN DE LAS MODALIDADES ORGANIZATIVAS UTILIZADAS Y METODOS DE ENSEÑANZA EMPLEADOS**

<b>CLASES DE TEORIA</b>	Método expositivo. Lección magistral
<b>CLASES DE PROBLEMAS</b>	Resolución de ejercicios y problemas. Aprendizaje basado en problemas
<b>SEMINARIOS-TALLERES</b>	
<b>PRÁCTICAS</b>	Estudio de casos. Aprendizaje basado en problemas
<b>TRABAJOS AUTONOMOS</b>	Aprendizaje basado en problemas
<b>TUTORÍAS</b>	



## 8. Recursos didácticos

RECURSOS DIDÁCTICOS	
BIBLIOGRAFÍA	E. Hernández, <i>Álgebra y Geometría</i> , Addison-Wesley Iberoamericana, 1989.
	D. C. Lay, <i>Álgebra Lineal y sus aplicaciones</i> , Pearson, 1999.
	C. Alsina, E. Trillas, <i>Lecciones de Álgebra y Geometría</i> , GG, 1984.
	J. de Burgos, <i>Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana</i> , 3ª edición, McGraw-Hill, 2006.
	M. Castellet, I. Llerena, <i>Álgebra y Geometría</i> , Reverté, 1994.
	J. Flaquer, Ja. Olaizaba, Ju. Olaizaba, <i>Curso de Álgebra Lineal</i> , EUNSA, 1996.
	J.B. Fraleigh , R.A. Beauregard, <i>Álgebra Lineal</i> , Addison-Wesley Iberoamericana, 1989.
	G. Nakos, D. Joyner, <i>Álgebra Lineal con aplicaciones</i> , Thomson Editores, 1999.
	G. Strang, <i>Algebra lineal y sus aplicaciones</i> , Thomson Paraninfo, 2007.
RECURSOS WEB	J. Efferon, <i>Linear Algebra</i> , 2008. <a href="ftp://joshua.smcvt.edu/pub/hefferon/book/book.pdf">ftp://joshua.smcvt.edu/pub/hefferon/book/book.pdf</a>
	J. Khoury, <i>Applications of Linear Algebra</i> (Universidad de Ottawa) <a href="http://aix1.uottawa.ca/~jkhoury/app.htm">http://aix1.uottawa.ca/~jkhoury/app.htm</a>
	C. D. Meyer, <i>Matrix Analysis and Applied Linear Algebra</i> , SIAM, 2000 <a href="http://www.matrixanalysis.com/DownloadChapters.html">http://www.matrixanalysis.com/DownloadChapters.html</a>
Página web de la asignatura <a href="http://www.dma.fi.upm.es">http:// www.dma.fi.upm.es</a>	



	Sitio Moodle de la asignatura <a href="https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual">https://web3.fi.upm.es/AulaVirtual</a>
	Curso de Álgebra Lineal en inglés impartido por G. Strang en Video Conferencia: <a href="http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Mathematics/18-06Spring-2005/VideoLectures/index.htm">http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Mathematics/18-06Spring-2005/VideoLectures/index.htm</a>
<b>EQUIPAMIENTO</b>	Laboratorio
	Aula informática
	Sala de trabajo en grupo



## 9. Cronograma de trabajo de la asignatura

Semana	Actividades en Aula	Actividades en Laboratorio	Trabajo Individual	Trabajo en Grupo	Actividades de Evaluación	Otros
Semana 1 (10 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio y resolución de ejercicios propuestos (5 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>
Semana 2 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>
Semana 3 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>
Semana 4 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li></li> </ul>



Semana 5 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•
Semana 6 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•
Semana 7 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•
Semana 8 (8 horas)	•	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de un examen de respuesta larga (2 horas)</li> </ul>	•
Semana 9 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•
Semana 10 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•
Semana 11 (11 horas)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)</li> </ul>	•	•	•





Semana 12 (11 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)	• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)	• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)	•	•	•
Semana 13 (11 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)	• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)	• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)	•	•	•
Semana 14 (11 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)	• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)	• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (6 horas)	•	•	•
Semana 15 (12 horas)	• Explicación de contenidos teóricos y resolución de ejercicios (5-3 horas)	• Realización de ejercicios y problemas (0-2 horas)	• Estudio y resolución de ejercicios propuestos (5 horas)		• Realización de un examen de respuesta larga (2 horas)	•

Nota: Para cada actividad se especifica la dedicación en horas que implica para el alumno. Esta distribución de esfuerzos debe entenderse para el "estudiante medio", por lo que si bien puede servir de orientación, no debe tomarse en ningún caso en sentido estricto a la hora de planificar su trabajo. Cada alumno deberá hacer su propia planificación para alcanzar los resultados de aprendizaje descritos en esta Guía y ajustar dicha planificación en un proceso iterativo en función de los resultados intermedios que vaya obteniendo.